

получения мелких окатышей для агломерации из концентрата Лебединского ГОКа // Обогащение руд. – 1978. - № 6. – С. 18-21.

Сдано в редакцию 04.05.05  
Рекомендовано д.т.н., проф. Бухач А.

## НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ ПРИ КРАТКОВРЕМЕННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Крючков Ю.С., Кипреев Ю.Н. (НУК, г. Николаев, Украина)

*The non-linear theory of complicated systems under momentary load has been worked out. It allows to carry out calculations of their dynamics up to destructions of members. Shear of keys results in weakening of dynamic angular displacements of objects but results in shear on the plane of fastening, which is necessary to take into account in calculations. Experiments carried out on natural objects confirmed the basic propositions of the worked out theory.*

В настоящее время в технически развитых странах широко используются химические и теплообменные аппараты корпусного типа (химические и атомные реакторы, крекинг - колонны и т.п.). В связи с большой экологической опасностью при авариях этих объектов, они подлежат обязательному расчету на действие кратковременных нагрузок (взрывов, сейсмических волн или иных ударных процессов). Поскольку при интенсивных кратковременных воздействиях в связях этих объектов могут возникать нелинейные явления, то принципиально их необходимо рассчитывать как нелинейные системы.

Расчету нелинейных систем при кратковременном воздействии посвящено несколько работ [1, 3, 9, 10], в которых рассмотрен ряд простейших нелинейных задач (одно-двухмассовые системы), для решения которых использованы фазово-плоскостные методы (Лямоэна, Джекобсена, Ю.С. Крючкова). Недавно вышедшая книга [2] ничего нового не добавила к работам [1, 3, 9, 10]. Однако реальные установки, особенно судовые, намного сложнее и представляют пространственные многомассовые системы с пространственно ориентированными опорными и неопорными нелинейными связями [5, 7]. Расчету таких сложных систем посвящен ряд работ [4, 6] и др. В данной статье приводится нелинейная теория обобщенной сложной установки с учетом конструктивных (предварительная затяжка фундаментных болтов) и физических (нелинейная упругость, пластическая деформация, трение, гистерезис и т.п.) особенностей связей.

На рис. 1 показана судовая паропроизводящая атомная установка, которая может служить эталоном сложной системы.

Бак железо-водной защиты (ЖВЗ) 3 крепится по торцам к поперечным переборкам 6 с помощью упругопластических амортизаторов 7. На монтажной плите 2 в центре установлен реактор 1, несущий приводы СУЗ 10 и выемную часть (активную зону) 5. Реактор крепится фундаментными болтами с накладными планками 4 (башмаками) [4, 5]. Блок парогенератор – циркуляционный насос (8, 9) установлен на баке ЖВЗ и закреплен аналогичным узлом 4. Радиальное перемещение реактора и перемещение парогенераторов вдоль осей патрубков обеспечивается шпонками [4]. Парогенераторы соединяются с реактором патрубками 11.

Все агрегаты и бак ЖВЗ считаются твердыми телами.

Реальная конструкция приводится к обобщенной механической модели, показанной на рис.2. При этом учитываются пластические деформации в противоударных амортизаторах бака ЖВЗ, фундаментных болтах, направляющих шпонках, соединительных патрубках и сухое трение в местах взаимного проскальзывания. Рассматривается траверсное воздействие. Система считается симметричной относительно направления кинематического воздействия.

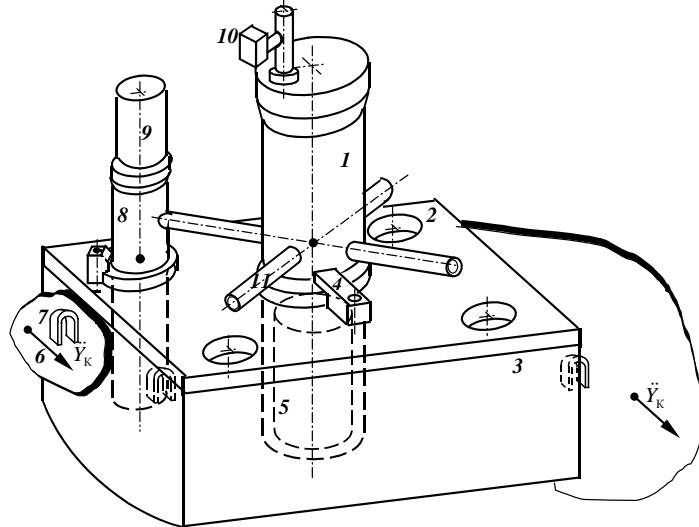


Рис. 1. Судовая паропроизводящая атомная установка

Решение представленной задачи распадается на три этапа.

$$S_o = Y_K - Y_o - h_o \Phi, \quad Z_o = A j \Phi; \quad (1)$$

- поперечное перемещение массы  $M$  (реактора, парогенератора и т.п.)

$$S = Y_o - (H - h_o) \Phi - Y - h(\Phi + \varphi); \quad (2)$$

- абсолютное вертикальное перемещение центра инерции массы  $M$

$$Z = a\varphi + b\Phi; \quad (3)$$

- относительное перемещение центра инерции массы  $M$

$$Z_C = a\varphi; \quad (4)$$

- деформация фундаментных болтов

$$Z_i = a_i \varphi, \quad (5)$$

где  $Y_K$  – абсолютное перемещение корабля (поперечных переборок),  $Y_o$  – абсолютное перемещение бака ЖВЗ,  $\Phi$  – угол поворота бака ЖВЗ,  $h_o$  – вертикальное расстояние между центром инерции  $O_o$  бака ЖВЗ и центром жесткости  $C_o$  амортизаторов,  $H$  – вертикальное расстояние между центром жесткости  $C_o$  амортизаторов и верхней (монтажной) плитой бака ЖВЗ,  $Y$  – абсолютное перемещение массы  $M$ ,  $h$  – вертикальное расстояние между верхней плитой бака ЖВЗ и центром инерции массы  $M$ ,  $\varphi$  – угол поворота массы  $M$  относительно бака ЖВЗ,  $a$  –

горизонтальное расстояние от точки поворота  $K$  до оси массы  $M$ ,  $b$  — горизонтальное расстояние от оси бака ЖВЗ до оси массы  $M$ ,  $a_i$  — расстояние от точки поворота  $K$  до оси  $i$ -того фундаментного болта.

2. Используя рис. 2 по принципу Даламбера составим нелинейные дифференциальные уравнения сотрясений блока для плоской задачи (центр жесткости амортизаторов  $C$  и центр инерции всего блока лежат на одной вертикальной оси).

Силы трения  $T$  задаются упрощенным законом Амонтана — Кулона —  $T = \mu N$ , где  $\mu$  — коэффициент сухого трения,  $N$  — нормальная сила, сжимающая скользящие поверхности.

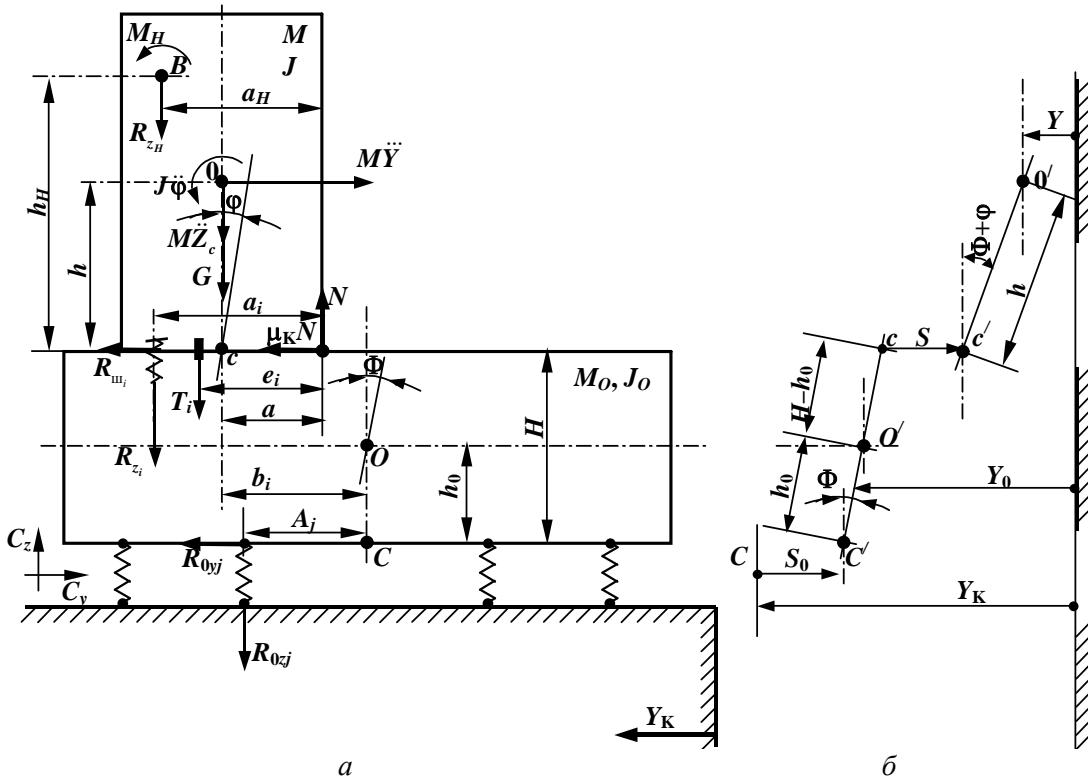


Рис. 2. Обобщенная механическая модель

Составим условия динамического равновесия:  
для любого агрегата массой  $M$  (реактор, парогенератор т п.)

$$\begin{aligned} M\ddot{Y} - \sum_1^t R_{III_u} - \mu_k N - \sum_1^r R_{Y_i} - \sum_1^n R_{ZPi_i} &= 0, \\ M\ddot{Z} + G - N + \sum_1^r R_{Z_i} + \sum_1^n R_{ZPi_i} &= 0, \\ Mh\ddot{Y} + M\ddot{Z}a + Y\ddot{\phi} + \sum_1^r R_{Z_i}a_i + Ga + \sum_1^t T_ie_i + \sum_1^n (R_{ZPi_i}h_{Pi_u} + R_{ZPi_i}a_{Pi_i} + M_{Pi_i}) &= 0. \end{aligned}$$

Используя уравнение связи (2), после некоторых преобразований получим

$$M[\ddot{S} + (H - h_0)\ddot{\Phi} + h(\ddot{\Phi} + \ddot{\phi})] + \sum_1^t R_{III_u} + \sum_1^r R_{Y_i} + \mu_k N = M\ddot{Y}_0, \quad (6)$$

$$MR_k^2\ddot{\phi} + \sum_1^r R_{z_i} a_i + \mu_{III} \sum_1^t R_{w_i} e_i + (H - h_0 + h)M\ddot{\Phi} + \\ + Ga + Mh\ddot{s} + \sum_1^t M_{Pi} = Mh\ddot{Y}_0 \left( 1 - \frac{a}{hc} \right), \quad (7)$$

$$N = M \left( a\ddot{\phi} + b\ddot{\Phi} + \sum_1^r R_{z_i} + G + \sum_1^n R_{z\Pi_i} \right), \quad (8)$$

$$M_{Pi} = R_{y\Pi_i} h_{Pi} + R_{z\Pi_i} a_{Pi} + M_{Pi}, \quad (9)$$

где:  $M$  – масса произвольного агрегата,  $R_{w_i}$  – усилие среза шпонки  $i$ ,  $t$  – число шпонок,  $\mu_k$  – коэффициент трения в точке  $K$  поворота агрегата,  $N$  – нормальная сила в точке  $K$ ,  $R_{y_i}$  – усилие изгиба и среза фундаментных болтов,  $r$  – общее число фундаментных болтов,  $R_{y\Pi_i}$  – горизонтальная реакция соединительного патрубка,  $n$  – общее число патрубков,  $G$  – сила веса агрегата  $M$ ,  $R_{z_i}$  – усилие в фундаментном болте,  $R_{z\Pi_i}$  – вертикальная реакция соединительного патрубка,  $Y$  – собственный момент инерции массы  $M$  относительно оси  $O$ ,  $T_i$  – сила трения в шпонке,  $e_i$  – расстояние от точки поворота  $K$  до шпонки,  $h_{Pi}$  – расстояние от верхней плиты бака ЖВЗ до центра патрубка,  $a_{Pi}$  – расстояние от точки поворота  $K$  до центра патрубка,  $M_{Pi}$  – момент кручения патрубка,  $R_k$  – радиус инерции поворота агрегата  $M$  относительно точки  $K$ ,  $C = \ddot{Y}/g$  – коэффициент перегрузки (сейсмический коэффициент).

Аналогично можно получить дифференциальные уравнения движения бака ЖВЗ:

$$M_0 \ddot{S}_0 + \sum_1^f R_{0y} + \sum_1^t R_{w_i} + \sum_1^r R_{y_i} + \mu_k N + M_0 h_0 \ddot{\Phi} = M_0 \ddot{Y}_k, \quad (10)$$

$$M_0 R_0^2 \ddot{\Phi} - \sum_1^f R_{0y} h_0 + \sum_1^f R_{0z_j} A_j - \left( \sum_1^t R_{w_i} + \sum_1^n R_{y_i} + \mu_k N \right) (H - h_0) - \\ - \mu_{III} \sum_1^t R_{w_i} e_i - \sum_1^r R_{z_i} b_i - \mu_{III} \sum_1^t R_{w_i} b_i + \mu_k N b_i = 0, \quad (11)$$

где  $M_0$  – масса бака ЖВЗ,  $R_0$  – радиус инерции бака ЖВЗ относительно оси  $O_0$ ,  $R_{0y}$  – горизонтальное усилие в амортизаторах,  $f$  – число упругопластических амортизаторов,  $R_{0z}$  – вертикальное усилие в амортизаторах,  $A_j$  – расстояние от центра жесткости до амортизатора  $j$ .

3. Усилия в связях примем по следующим математическим моделям (рис. 3):

– растягивающее усилие в фундаментных болтах при упругопластической деформации с учетом влияния скорости деформации на динамический предел текучести (рис. 3,*a*)

$$R_{z_i} = C_0 d k_T \operatorname{th} \frac{z_* + a_i y}{C_0 d k_T}, \quad \varphi \geq 0 \quad (12)$$

– усилия в упругопластических амортизаторах (рис. 3,*b*)

$$R_{0y} = C_0 dk_T \operatorname{th} \frac{S_0}{C_0 dk_T}, \quad (13)$$

$$R_{0z} = C_0 dk_T \operatorname{th} \frac{A_j \Phi}{C_0 dk_T}, \quad (14)$$

– усилие среза шпонок (рис. 3,*в*)

$$R_{\text{III}_i} = C_0 dk_T \operatorname{th} \frac{S_* + S}{C_0 dk_T}, \quad S \geq S_* \quad (15)$$

– усилие изгиба и среза фундаментных болтов (рис. 3,*г*)

$$R_{y_i} = C_0 dk_T \operatorname{th} \frac{S}{C_0 dk_T} \quad (16)$$

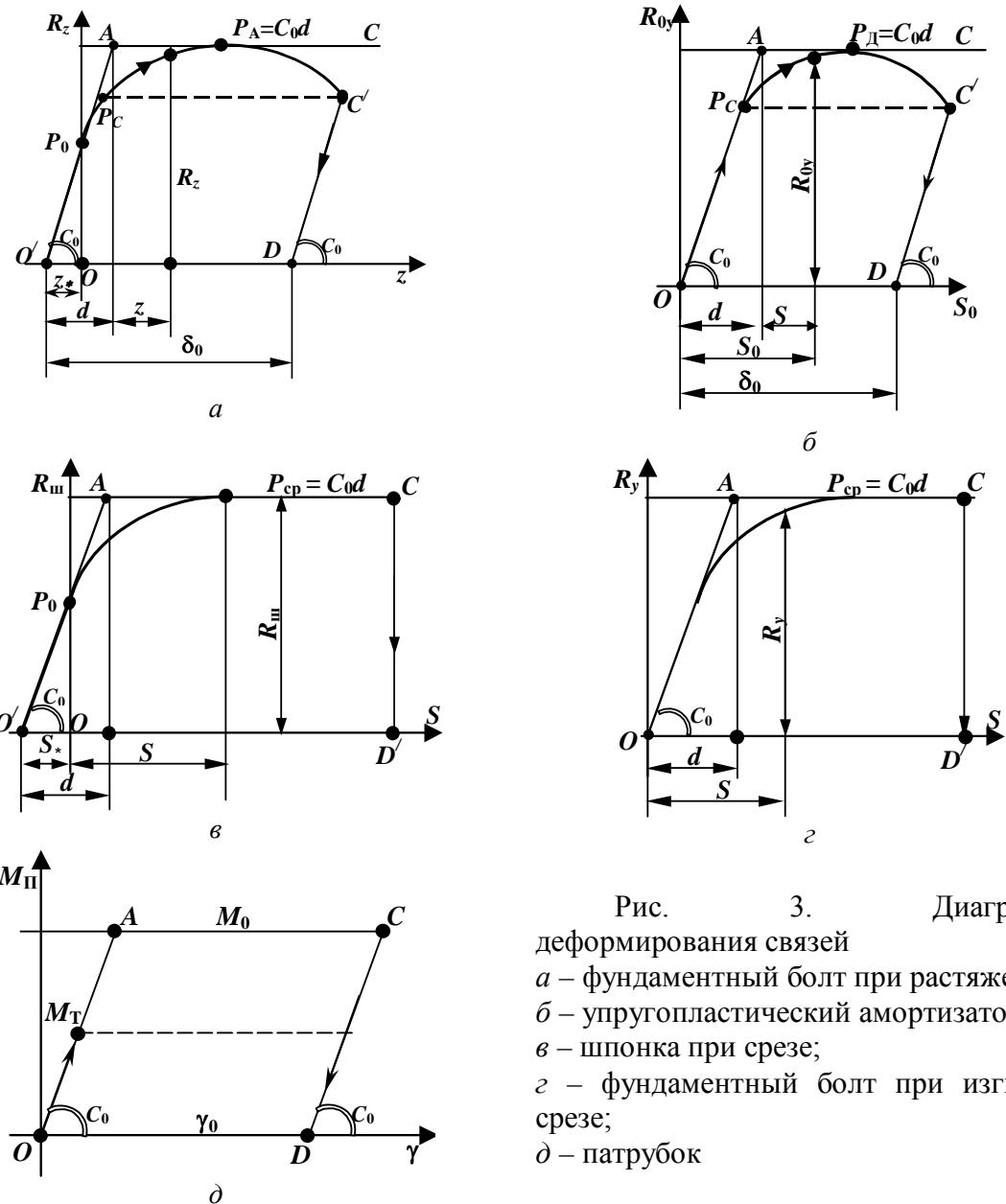


Рис. 3. Диаграммы деформирования связей  
*а* – фундаментный болт при растяжении;  
*б* – упругопластический амортизатор;  
*в* – шпонка при срезе;  
*г* – фундаментный болт при изгибе и срезе;  
*д* – патрубок

где  $C_0$  – начальный коэффициент жесткости соответствующей связи,  $d$  – условная упругая деформация соответствующей связи при деформировании по идеально упругой диаграмме  $OAC$  или  $O'AC$ ,  $z_*$  – деформация болта при предварительной затяжке силой  $P_0$ ,  $P_C$  – усилие в связи при достижении статического предела текучести,  $P_D$  – усилие в связи при достижении динамического предела текучести,  $\delta_0$  – остаточная деформация,  $S_*$  – условная упругая деформация шпоночного узла, соответствующая силе  $P_0$ , обеспечивающей неподвижность оборудования при сдвигающих усилиях.

Коэффициент, учитывающий влияние скорости деформации  $\dot{\varepsilon}$  на динамический предел текучести принят в форме [4, 9]

$$k_T = 1 + \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (17)$$

где  $n$  и  $D$  – опытные параметры.

Математические модели деформирования патрубков приняты по гипотезе об идеальной балке [4], а совместное влияние изгиба и кручения – по гипотезе Мизеса

$$M_0 = \sqrt{M_{\text{из}}^2 + M_{\text{кр}}^2}, \quad (18)$$

где  $M_{\text{из}}$  – изгибающий момент в соединительном патрубке,  $M_{\text{кр}}$  – крутящий момент,  $M_0$  – пластический момент сечения патрубка.

Усилия в патрубках получены в [4].

Дифференциальные уравнения (6) – (11) совместно с уравнениями связей (1) – (5) и усилиями в связях (12) – (18) представляют обобщенную математическую модель сотрясений сложной нелинейной системы при действии кратковременных нагрузок.

При практическом расчете следует учитывать особенности деформирования связей. Например (рис. 3, а), при  $R_{z_i} \leq P_0$  агрегат  $M$  не поворачивается, а при  $R_{w_i} \leq P_0$  (рис. 3, в) – не смещается вдоль плоскости крепления, т.е. в этом случае блок представляет жесткую конструкцию, включающую  $M_0$  и все массы  $M$ . Он совершает колебания по уравнениям (10) – (11), в которых  $M_0$  представляет суммарную массу всего блока. В случае разгрузки связей, если они не разрушились, деформирование происходит по линии  $CD$  (гистерезис), образуя остаточную деформацию  $\delta_0$  или  $\gamma_0$  (рис. 3, а, б, д). При разрушении связей (рис. 3, в, г) нагрузка снимается мгновенно по линии  $CD'$ .

Расчет рассмотренной сложной системы выполняется на ЭВМ.

4. Из обобщенной математической модели (1) – (18) можно получить расчетные уравнения для более простых случаев. Например, для стационарного реактора АЭС, установленного на жестком фундаменте и связанного с другими агрегатами гибкими патрубками, получим (полагая  $S_0 = \Phi = 0, M_{\text{п}} = 0$ ):

$$\begin{aligned} M(\ddot{S} + h\ddot{\phi}) + \sum_1^t R_{w_i} + \sum_1^\kappa R_{y_i} + \mu_k N &= M\ddot{Y}_0, \\ MR_k^2\ddot{\phi} + \sum_1^r R_{z_i}a_i + \mu_w \sum_1^e R_{w_i}e_i + Mh\ddot{S} &= Mh\ddot{Y}_0 \left( 1 - \frac{a}{hc} \right), \\ N &= M \left( a\ddot{\phi} + \sum_1^r R_{z_i} + G \right). \end{aligned}$$

Для высокого технического сооружения (колонна химического реактора и т.п.) [8], не имеющего шпонок, остается только одно уравнение

$$MR_k^2 \ddot{\phi} + \sum_1^r R_{z_i} a_i = Mh\ddot{Y}_0 \left( 1 - \frac{a}{hc} \right).$$

В случае сложных систем (рис.1), рассмотренных в [4, 5, 6], используя выражение для усилий в патрубках [4], можно получить математические модели, как частные, из (1) – (18).

На рис. 4 показаны результаты расчетов динамики одного из агрегатов по разработанной теории. Здесь:  $\bar{R}_q$  – отношение силы среза шпонки к максимальной неразрушающей силе. Как видно, срез шпонок и фундаментных болтов приводит к ослаблению угловых динамических перемещений агрегата, но вызывает сдвиг его по плоскости крепления. Чем менее прочные шпонки, тем сильнее проявляется этот эффект.

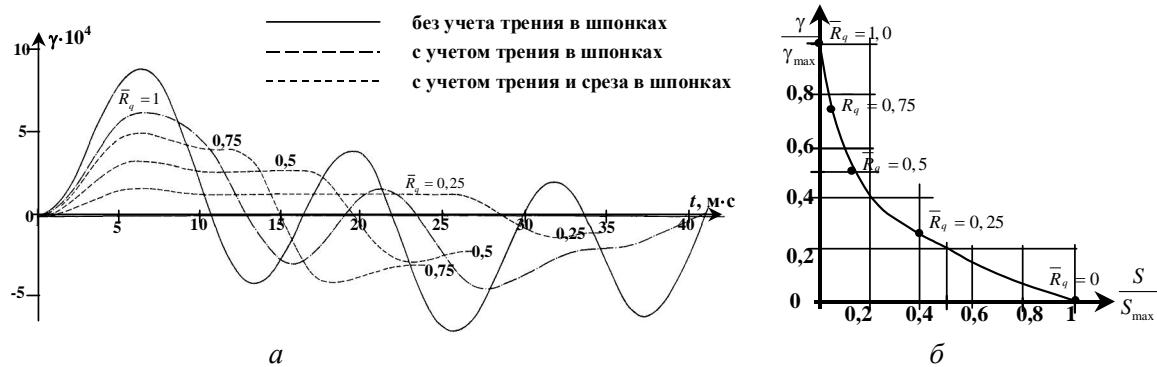


Рис.4. Влияние среза шпонок и трения в шпоночном узле на динамические характеристики (а) угловых перемещений агрегата ППУ и относительные амплитуды колебаний (б)

**Выводы.** 1. Разработана нелинейная теория сложных систем при их кратковременном нагружении, позволяющая выполнять расчеты динамики вплоть до разрушения связей. 2. Срез шпонок хотя и приводит к ослаблению динамических углов поворота  $\gamma$  объектов, но вызывает их сдвиг по плоскости крепления, что необходимо учитывать в расчетах. 3. Эксперименты, проведенные на натурном объекте [5] подтвердили основные положения разработанной теории.

**Список литературы:** 1. Абрамович С.Ф., Крючков Ю.С. Динамическая прочность судового оборудования. //Л.: Судостроение, 1967. – 511с. 2. Ионов А.В. Средства снижения вибрации и шума на судах.//СПб.: ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, 2000. – 348с. 3. Колдовский М.З. Нелинейная теория виброзащитных систем. //М.: Наука, 1966. – 317с. 4. Крючков Ю.С. Теоретические основы и методы расчета ударостойкости энергетического оборудования современных и перспективных атомных подводных лодок. //Диссертация ... д-ра техн. наук. – Л.: ЦНИИ – 45, 1971. – 310с. 5. Крючков Ю.С. Динамическая прочность судовой атомной установки при ударных сотрясениях // Судовое энергомашиностроение: сб. науч. тр. – Николаев: НКИ, 1992. – С. 34-43. 6. Крючков Ю.С. Динамика судового оборудования с выключающимися связями. //Зб. наук. праць УДМТУ, 2002, № 5 – С.112-117. 7. Крючков Ю.С. Динамические проблемы паропроизводящей установки атомной подводной лодки проекта 661. //Зб. наук. праць

УДМТУ, 1998, № 5. – С.124-131. **8.** Крючков Ю.С., Кипреева Е.Ю. Сейсмостойкость высоких технологических объектов как систем с выключающимися связями. //Зб. наук. праць УДМТУ, 2003, № 2. – С.110-116. **9.** Ударостойкость судового энергетического оборудования. // Ю.С. Крючков, И.И. Гусаров, А.А. Гальцев, В.И. Феденко. – Л.: Судостроение, 1969. – 253с. **10.** Harris C.M., Crede C.E. Shock and Vibration Handbook. Vob. 1-3/ //Mc.Gran – Hill Book Comp., New York, 1961.

Сдано в редакцию 11.05.05  
Рекомендовано д.т.н., проф. Параскив Д.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ ПОДАЧИ ИЗ УСЛОВИЯ ДОПУСТИМОЙ ШЕРОХОВАТОСТИ ПРИ ОБРАБОТКЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЕРЕМЕННОЙ КРИВИЗНЫ

Лещенко А.И. (ПГТУ, г. Мариуполь, Украина)

The given work is devoted to questions of quality of surfaces of bar-rolling. In her the recommendations of the practical contents by definition of a mode of cutting of a surface of variable curvature are given at given boundary height of microroughnesses.

Основываясь на статистических данных можно сказать, что на сегодняшний день в экспортном потенциале Украины металлопрокат занимает основное место. Увеличение выпуска проката из высокопрочных сталей, повышение скоростей прокатки, возрастание требований к точности и качеству поверхности проката обуславливают повышение требований к служебным свойствам валков – рабочему инструменту прокатного стана.

Опыт чистовой обработки на станках с УЧПУ, валков сортового проката из высоко-прочного отбеленного чугуна [4] СПХН-49 , СПХН-62 (HRC 41..45) дает основание считать оптимальным применение резцов с режущими пластинками цилиндрической формы из оксидно - карбидной керамики К-91, для которых равные по модулю отрицательный передний и задний углы резца, получены за счет поворота оси пластиинки.

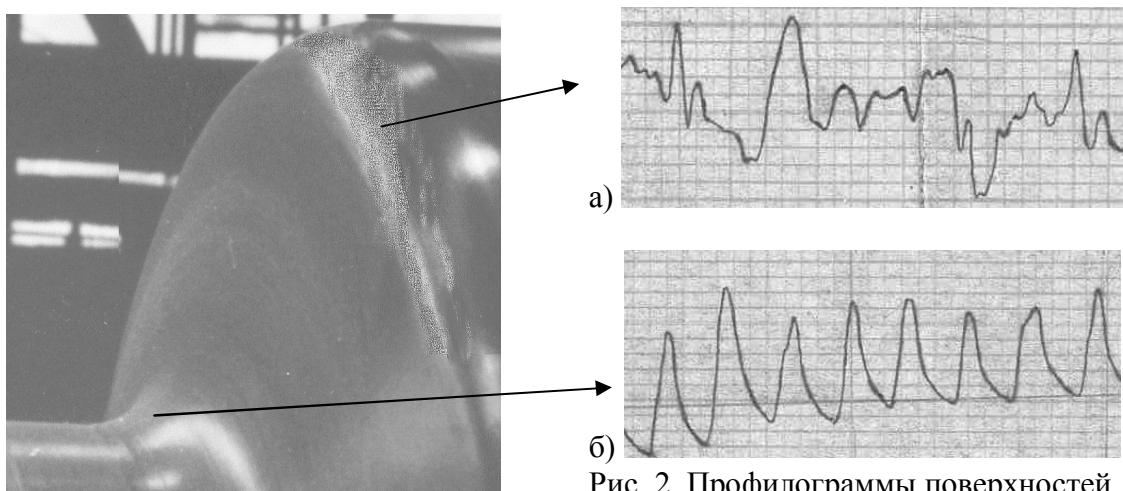


Рис. 1. Профиль калибра валка сортового (рельсового) проката

Рис. 2. Профилограммы поверхностей профиля прокатного валка:  
а – вогнутых и б - выпуклых участков