

Байков А.В., Іщенко О.Л. Швирьов Д.О. - Спосіб шліфування.-
Опубл.15.05.2003, Бюл.№5. 3. Спосіб шліфування. Михайлов О.М., Удовиченко В.О.,
Байков А.В. та ін. ДП України № 46335 А від 15.05.2002р. Бюл. №5.

Сдано в редакцію 14.05.05
Рекомендовано д.т.н., проф. Калафатова Л.П.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВАЛКОВОЙ ПАРЫ ДЛЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ЛИСТОВОГО МАТЕРИАЛА

Бахадиров Г.А. (ИМСС АН РУз, г. Ташкент, Узбекистан)

The pressing process of raw skin between two shafts identical radiuses located symmetric is investigating. Use of the equation of weights variability of row skin is defined change of normal reaction.

Проблемы совершенствования существующих и разработки новых технологических процессов обработки материалов и создания оптимальных конструкций валковых машин тесно связана с геометрическими, кинематическими и динамическими закономерностями процесса. Эти закономерности легли в основу исследований А.Г.Бурмистрова, А.П. Грудева, Б.И. Дамаскина, В.М. Клименко, Г.К. И.Д. Кугушева, Кузнецова, А.М. Онищенко, А.А. Минаева, Г.А. Мюллера, Н.Е. Новикова, А. Ниссэна, Д.Свита, Ю.Г. Фомина А.И. Целикова и др. [1-10].

Впервые контактная задача взаимодействия цилиндров и цилиндра с плоскостью решена Г. Герцем в статике [11, 12]. При решении принимались условия, что, материалы контактирующих тел однородны и изотропны, деформации тел абсолютно упруги и подчиняются закону Гука, величина площадки контакта мала по сравнению с размерами валков. При этих условиях нормальные напряжения распределяются по поверхности контакта по эллиптическому закону. Однако, в большинстве практических задач, связанных с обработкой валковыми парами различных материалов, принятые предпосылки при решении контактной задачи не выполняются. Материал получает не только упругую, но и пластическую деформацию, зависимость от напряжения имеет не линейный характер и не подчиняется закону Гука. В связи с этим, действительные закономерности распределения контактных напряжений в валковых парах с эластичными покрытиями отличаются от эллиптического закона [13].

Кинематические и динамические особенности процесса прокатки металла в различных валках достаточно хорошо изучены. При исследовании движения материала, зажатого между вращающимися валами и содержащего жидкостные компоненты, существуют различные подходы.

По теории Ниссэна [14], в зоне контакта отжимных валов, которую он делит на две части: входную и выходную, влага из материала удаляется в выходную часть. Это объясняется тем, что удаление влаги из материала происходит под действием капиллярных сил в выходной части зоны контакта, где упругие покрытия валков при расширении впитывают влагу.

Результаты других исследователей [7, 8, 13], показывают обратную картину: влага удаляется из входной части зоны контакта и в выходной части имеет место впитывание влаги материалом из покрытий валков. Следует иметь в виду, что характер удаления влаги из материалов и впитывание влаги материалом покрытий валков зависит от свойств материалов и механических параметров отжимных устройств.

$$\frac{dy}{dt} = \frac{h_0 - h_1}{R^2 \sin^2 \alpha} x \frac{dx}{dt}. \quad (3)$$

В частности, при $x < 0$, $dx/dt > 0$ из (3) следует, что $dy/dt < 0$ (процесс сжатия), а при $x > 0$, $dx/dt > 0$ имеем $dy/dt > 0$ (процесс расширения).

При $t=0$ положение точки C (момент захвата) определяется координатами $x_0 = -R \sin \alpha$, $y_0 = h_0/2$. В произвольный момент времени она займет положение $C_2(-R \cos \alpha \cdot \operatorname{tg}(\alpha - \omega t), h_0/2)$.

Уравнение прямой, проходящей через точки $O_1(0, (h_0/2) + R \cos \alpha)$ и C_2 имеет вид

$$\frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

Откуда находим для произвольного момента времени $t \in [0, \alpha/\omega]$,

$$y = \frac{x}{\operatorname{tg}(\alpha - \omega \cdot t)} + \frac{h_0}{2} + R \cos \alpha, \quad (4)$$

Координату x - пересечения этой прямой с параболой найдем из уравнения

$$\frac{x}{\operatorname{tg}(\alpha - \omega \cdot t)} + \frac{h_0}{2} + R \cos \alpha = \frac{h_0 - h_1}{2R^2 \sin^2 \alpha} x^2 + \frac{h_1}{2}. \quad (5)$$

Так как абсцисса пересечения прямой, заданной уравнением (4), с параболой внутри очага деформации является отрицательной, то из (5) получим

$$x(t) = \frac{\chi(t) R^2 \sin^2 \alpha}{h_0 - h_1}, \quad (6)$$

где

$$\chi(t) = \frac{1 - \sqrt{1 + \Gamma \operatorname{tg}^2(\alpha - \omega t)}}{\operatorname{tg}(\alpha - \omega \cdot t)}, \quad \Gamma = \frac{2(h_0 - h_1)}{R^2 \sin^2 \alpha} \left(\frac{h_0 - h_1}{2} + R \cos \alpha \right).$$

Используя правила Лопиталья, можно показать, что $\lim_{t \rightarrow \alpha/\omega} x(t) = 0$.

Из (2) можно определить тангенс угла наклона касательной к параболе в произвольный момент времени $t \in [0, \alpha/\omega]$,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{h_0 - h_1}{R^2 \sin^2 \alpha} x(t). \quad (7)$$

Подставляя в (7) значение $x(t)$ из (6), найдем

$$\operatorname{tg} \lambda(t) = \frac{\sqrt{1 + \Gamma \operatorname{tg}^2(\alpha - \omega t)} - 1}{\operatorname{tg}(\alpha - \omega \cdot t)} = \beta(t) = k(t).$$

Откуда определяется

$$\lambda(t) = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1 + \Gamma \operatorname{tg}^2(\alpha - \omega t)} - 1}{\operatorname{tg}(\alpha - \omega \cdot t)} = \operatorname{arctg} \beta(t).$$

Уравнение касательной к параболе, проходящей через точку $[x(t), y(t)]$, имеет вид

$$Y - y(t) = k(t)[X - x(t)], \quad (8)$$

где

$$y(t) = \frac{h_0 - h_1}{2R^2 \sin^2 \alpha} x^2(t) + \frac{h_1}{2}.$$

Уравнение нормали к параболе в той же точки записывается следующим образом

$$Y - y(t) = \frac{1}{K(t)}[X - x(t)]. \quad (9)$$

При $t = \alpha/\omega$, $x = 0$.

По прямой, определяемой уравнением (8) направлена сила трения, а вдоль прямой, определяемой уравнением (9), нормальная реакция. Сила трения и реакция связи будут менять свое положение как в пространстве, так и во времени. С учетом деформации валков видно, что линия действия нормальной реакции связи в общем случае не будет проходить через центр валка (нормаль к параболе в некоторой точке не будет совпадать с нормалью к окружности, если линии действия их проходит через одну и ту же точку) за исключением момента времени $t = \alpha/\omega$.

Координата центра тяжести, определяется формулой [15]:

$$x_c = -\frac{3}{4} A_1 \left(\sqrt{\frac{\phi_1 - 1}{\phi_1 + 1}} + \sqrt{\frac{\phi_2 - 1}{\phi_2 + 1}} \right) \times \\ \times \frac{A_2 \phi_1 \phi_2 + h_1 (\phi_1 + \phi_2) + A_3}{(2A_2 + h_1) \phi_1 \phi_2 + (A_2 - h_1) \sqrt{(\phi_1^2 - 1)(\phi_2^2 - 1)} + 3h_1 (\phi_1 + \phi_2) + 3h_1 - A_2}.$$

Здесь

$$A_1 = \sqrt{1 + \frac{2R \cos \alpha}{h_0 - h_1}} R \sin \alpha, \quad A_2 = h_0 + 2R \cos \alpha, \quad A_3 = 2h_1 - A_2. \quad \phi_1(t) = \sqrt{1 + \Gamma \operatorname{tg}^2(\alpha - \omega t)};$$

$$\phi_2(t) = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2[\alpha - \omega(t - t_*)]}. \quad \text{Введем также } A_4 = 2A_2 + h_1, \quad A_5 = A_2 - h_1, \quad A_6 = 3h_1 - A_2.$$

Тогда будем иметь

$$x_c = -\frac{3}{4} A_1 \left(\sqrt{\frac{\phi_1 - 1}{\phi_1 + 1}} + \sqrt{\frac{\phi_2 - 1}{\phi_2 + 1}} \right) \times \\ \times \frac{A_2 \phi_1 \phi_2 + h_1 (\phi_1 + \phi_2) + A_3}{A_4 \phi_1 \phi_2 + A_5 \sqrt{(\phi_1^2 - 1)(\phi_2^2 - 1)} + 3h_1 (\phi_1 + \phi_2) + A_6}.$$

Теперь необходимо найти \dot{x}_c и \ddot{x}_c ,

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= \dot{u}_1 u_2 + u_1 \dot{u}_2, \\ \ddot{x}_c &= \ddot{u}_1 u_2 + 2\dot{u}_1 \dot{u}_2 + u_1 \ddot{u}_2,\end{aligned}\quad (10)$$

где

$$u_1 = -\frac{3}{4} A_1 \left(\sqrt{\frac{\phi_1 - 1}{\phi_1 + 1}} + \sqrt{\frac{\phi_2 - 1}{\phi_2 + 1}} \right),$$

$$u_2 = \frac{A_2 \phi_1 \phi_2 + h_1 (\phi_1 + \phi_2) + A_3}{A_4 \phi_1 \phi_2 + A_5 \sqrt{(\phi_1^2 - 1)(\phi_2^2 - 1)} + 3h_1 (\phi_1 + \phi_2) + A_6} =$$

$$\frac{A_2 \phi_1 \phi_2 + h_1 (\phi_1 + \phi_2) + A_3}{\Delta},$$

$$\Delta = A_4 \phi_1 \phi_2 + A_5 \sqrt{(\phi_1^2 - 1)(\phi_2^2 - 1)} + 3h_1 (\phi_1 + \phi_2) + A_6.$$

Выразим отдельно

$$\dot{\phi}_1 = -\frac{\omega \Gamma \operatorname{tg}(\alpha - \omega t)}{\phi_1 \cos^2(\alpha - \omega t)}, \quad \dot{\phi}_2 = -\frac{\omega \Gamma \operatorname{tg}[\alpha - \omega(t - t_*)]}{\phi_2 \cos^2[\alpha - \omega(t - t_*)]}.$$

$$\ddot{\phi}_1 = \frac{\omega^2 \Gamma}{\phi_2^3 \cos^4[\alpha - \omega(t - t_*)]} \left[1 + 2\phi_2 \sin^2[\alpha - \omega(t - t_*)] \right]$$

$$\dot{u}_1 = -\frac{3}{4} A_1 \left[\frac{\dot{\phi}_1}{(\phi_1 + 1)^{3/2} \sqrt{\phi_1 - 1}} + \frac{\dot{\phi}_2}{(\phi_2 + 1)^{3/2} \sqrt{\phi_2 - 1}} \right],$$

$$\dot{u}_2 = \left\{ \Delta [A_2 (\dot{\phi}_1 \phi_2 + \phi_1 \dot{\phi}_2) + h_1 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2)] - [A_2 \phi_1 \phi_2 + h_1 (\phi_1 + \phi_2) + A_3] \dot{\Delta} \right\} \frac{1}{\Delta^2}. \quad (11)$$

$$\begin{aligned}\dot{\Delta} &= A_4 (\dot{\phi}_1 \phi_2 + \phi_1 \dot{\phi}_2) + \\ &+ \frac{A_5}{\sqrt{(\phi_1^2 - 1)(\phi_2^2 - 1)}} \left(2\phi_1 \dot{\phi}_1 (\phi_2^2 - 1) + 2(\phi_1^2 - 1) \phi_2 \dot{\phi}_2 \right) + 3h_1 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2).\end{aligned}\quad (12)$$

где $\phi_3(t) = \dot{\phi}_1 \phi_2 + \phi_1 \dot{\phi}_2$.

Скорость движения центра масс

$$\dot{x}_c = -\frac{3A_1}{4\Delta} \left[\frac{\dot{\phi}_1}{\phi_1 + 1 \sqrt{\phi_1^2 - 1}} + \frac{\dot{\phi}_2}{(\phi_2 + 1) \sqrt{\phi_2^2 - 1}} \right] [A_2 \phi_1 \phi_2 + h_1 (\phi_1 + \phi_2) + A_3] -$$

$$-\frac{3A_I}{4} \left(\sqrt{\frac{\phi_1-1}{\phi_1+1}} + \sqrt{\frac{\phi_2-1}{\phi_2+1}} \right) \dot{U}_2.$$

Определим теперь ускорение центра масс. Для этого необходимо вычислить \ddot{u}_1 и \ddot{u}_2 ,

$$\ddot{u}_1 = -\frac{3A_I}{4} \left[\frac{(\phi_1+1)(\phi_1^2-1)\ddot{\phi}_1 - I\dot{\phi}_1^2(2\phi_1^2+\phi_1-1)}{(\phi_1+1)^2(\phi_1-1)^{3/2}} + \frac{(\phi_1+1)(\phi_1^2-1)\ddot{\phi}_1 - I\dot{\phi}_1^2(2\phi_1^2+\phi_1-1)}{(\phi_1+1)^2(\phi_1-1)^{3/2}} \right].$$

Из формулы (11) следует,

$$\ddot{u}_2 = \frac{I}{\Delta^3} \left\{ A_2 \Delta (\ddot{\phi}_1 \phi_2 + 2\dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + \phi_1 \ddot{\phi}_2) + h_1 \Delta (\ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_2) - \dot{\Delta} (I + \Delta) \times \right. \\ \left. \times [A_2 (\dot{\phi}_1 \phi_2 + \phi_1 \dot{\phi}_2) + h_1 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2)] + (2\dot{\Delta}^2 - \ddot{\Delta}) [A_2 \phi_1 \phi_2 + h(\phi_1 + \phi_2) + A_3] \right\}.$$

где неизвестное выражение $\ddot{\Delta}$, определится из (12),

$$\ddot{\Delta} = A_4 (\ddot{\phi}_1 \phi_2 + 2\dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + \phi_1 \ddot{\phi}_2) + 3h_1 (\ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_2) + \frac{A_5}{\sqrt{(\phi_1^2-1)(\phi_2^2-1)}} \times \\ \times \left\{ \left[\phi_1 \dot{\phi}_1 (\phi_2^2-1) + \phi_2 \dot{\phi}_2 (\phi_1^2-1) \right]^2 + (\dot{\phi}_1^2 + \phi_1 \ddot{\phi}_1) (\phi_2^2-1) + \right. \\ \left. + (\dot{\phi}_2^2 + \phi_2 \ddot{\phi}_2) (\phi_1^2-1) + 4\phi_1 \phi_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \right\}.$$

Ускорение центра масс определяется формулой (10)

$$\ddot{x}_c = \ddot{u}_1 u_2 + 2\dot{u}_1 \dot{u}_2 + u_1 \ddot{u}_2.$$

Теперь определим объем жидкости вытекший из кожполуфабриката на произвольный момент времени. Из [15] имеем

$$S(t) = A_I \left(\sqrt{\frac{\phi_2-1}{\phi_2+1}} \pm \sqrt{\frac{\phi_1-1}{\phi_1+1}} \right) \left\{ h_1 + 2A_I^2 \left[1 - \frac{I}{\phi_1+1} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{I}{\phi_2+1} + \frac{I}{2} \sqrt{\frac{(\phi_1-1)(\phi_2-1)}{(\phi_1+1)(\phi_2+1)}} \right] \right\}. \quad (11)$$

Первоначальная площадь поперечного сечения составляла

$$S_0 = \frac{R \sin \alpha - x_*}{3R^2 \sin^2 \alpha} \left[(h_0 - h_1) x_* (R \sin \alpha + x_*) + (h_0 - 2h_1) R^2 \sin^2 \alpha \right].$$

Поэтому объем жидкости вытекшей на момент времени $t \in (t_*, \alpha/\omega)$ составит

$$V_{жс} = b\{(S_0 - V_{сж}) - [S(t) - V_{сж}]\} = b[S_0 - S(t)]. \quad (12)$$

Масса жидкости содержащаяся в рассматриваемом элементе на момент времени $t \in (t_*, \alpha/\omega)$ будет равна

$$M = \rho_{жс} b S_0 - \rho_{жс} b [S_0 - S(t)] = \rho_{жс} b S(t).$$

Следовательно скорость изменение массы элемента будет определяется формулой (жидкость считается несжимаемой) $\frac{dM}{dt} = \rho_{жс} b \frac{dS}{dt}$

Из формулы (42) находим ds/dt и откуда получим

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} = \rho_{жс} b A_I \left[\frac{\dot{\phi}_2}{(\phi_2 + 1)\sqrt{\phi_2^2 - 1}} - \frac{\dot{\phi}_1}{(\phi_1 + 1)\sqrt{\phi_1^2 - 1}} \right] & \left\{ h_1 + 2A_I^2 \left[1 - \frac{1}{\phi_1 + 1} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{\phi_2 + 1} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\phi_1 - 1)(\phi_2 - 1)}{(\phi_1 + 1)(\phi_2 + 1)}} \right] \right\} + 2A_I^3 \left(\sqrt{\frac{\phi_2 - 1}{\phi_2 + 1}} - \frac{\phi_1 - 1}{\phi_1 + 1} \right) \times \\ & \times \left[\frac{\dot{\phi}_1}{(\phi_1 + 1)^2} + \frac{\dot{\phi}_2}{(\phi_2 + 1)^2} + \frac{\phi_1^2 \dot{\phi}_2 + \dot{\phi}_1 \phi_1^2 - \dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2}{2(\phi_1 + 1)(\phi_2 + 1)\sqrt{(\phi_1^2 - 1)(\phi_2^2 - 1)}} \right]. \end{aligned}$$

Проектируя уравнения (1) на ось Ox получим

$$\frac{dM}{dt} \dot{x}_c + M \ddot{x}_c = (f_1 + f_2) N_B \cos \lambda - 2 N_B \sin \lambda.$$

где f_1 и f_2 - коэффициенты трения поверхностей кожполуфабриката с поверхностями покрытий валковой пары. Откуда для любого момента времени $t \in (t_*, \alpha/\omega)$ определяется величина нормальной реакции

$$N_B = \frac{\frac{dM}{dt} \dot{x}_c + M \ddot{x}_c}{(f_1 + f_2) \cos \lambda - 2 \sin \lambda}.$$

Здесь координата x_B совпадает с координатой центра тяжести рассматриваемого элемента x_c .

Таким образом, выведена зависимость нормальной реакции для выделенного элемента с переменной массой с учетом кинематических и геометрических параметров зоны контакта валковой пары. Полученные результаты будут использованы при исследование очага деформации валковой пары.

Список литературы: 1. Бурмистров А.Г. Оборудование предприятий по производству кожи и меха. Часть 1. Москва. МГАЛП, М 1999. 82 с., часть 2, Москва. МГУДТ, М 2001. 56 с. 2. Грудев А.П. Внешнее трение при прокатке: М., Металлургия,

1973, 238 с. **3.** Дамаскин Б.И. Некоторые вопросы теории расчета и проектирования вытяжного прибора прядильной машины: Ар. дисс. ... докт. техн. наук. – М., 1954 - 23 с. **4.** Клименко В.М., Онищенко А.М. Кинематика и динамика процессов прокатки: М., Металлургия, 1984, 232с. **5.** Клименко В.М., Онищенко А.М., Минаев А.А., Горелик В.С. Технология прокатного производства: Учеб. пособие.- К.: Вища шк. Голов. изд-во, 1989.-311с. **6.** Кугушев И.Д. Теория процессов отлива и обезвоживания бумажной массы. – М.: Лесная промышленность 1967. **7.** Кузнецов Г.К. Динамика текстильных машин: Учебн. пособие. – Кострома.: КТИ, 1992. – 110 с. **8.** Новиков Н.Е. Прессование бумажного полотна. – М.: Легкая промышленность, 1972. – 248 с. **9.** Фомин Ю.Г., Кузнецов Г.К., Киселев И.А. Конструкция и расчет механизмов валковых машин для обработки тканей. Иваново.: Ив. Гос. текстильная академия, 1994. - 196 с. **10.** Целиков А.И. Теория прокатки. М. 1981. **11.** Тимошенко С.П. Сопротивление материалов. Т. II – М.: Наука, 1965. – 480 с. **12.** Кузнецов Г.К. Исследование и методика проектирования валковых отжимных устройств текстильных машин. – Ар. дисс... докт. техн. наук. – Кострома, 1970. – 27 с. **13.** Фомин Ю.Г. Разработка теоретических основ и средств повышения эффективности обработки тканей валковыми модулями отделочных машин: Ар. дисс. ... докт. техн. наук. - Иваново: Ив. гос. текстильная академия. 2001. – 41 с. **14.** Nissan A. Functions of the felts in water removal on the papermaking machine –Тарпи, 1954, 37, n 12, p 597-606. **15.** Ризаев А.А., Бахадиров Г.А., Баклушин М.Б. Определение центра масс элемента кожполуфабриката между двумя валами. Узбекский журнал. Проблемы механики, №3, 2002 г. стр.32-36. 16.

Сдано в редакцию 05.04.05

Рекомендовано д.т.н., проф. Седуш В.Я.

ВИЗНАЧЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ У АНІЗОТРОПНИХ ТОВСТИХ ПЛАСТИНАХ

Божидарнік В.В. , Максимович О.В. (ЛДТУ, м. Луцьк, Україна)

The generalized method of separation of variables enabling to get the solutions of wide class of 3D non-stationary heat conduction problems on the basis of 1D and 3D parabolic equation solutions, is shown. The other approximate and exact methods of temperature definition in plates, that are based on reducing of equation dimension were presented in [1, 3, 4, 6].

Задачам визначення нестационарних температурних полів у ізотропних і анізотропних тілах циліндричної форми присвячена велика кількість робіт. Для розв'язування таких задач використовуються інтегральні перетворення Фур'є або Ганкеля за просторовими координатами та Лапласа за часовою координатою; розвинення у ряд за відповідними ортогональними функціями вздовж твірної. Для тонких пластинок широко застосовуються наближені розв'язки, у яких тривимірна задача зводиться до відповідних двовимірних задач [5, 6], що значно спрощує розв'язування конкретних задач.

У [2, 3] показано, що для паралелепіпеда, температура якого у початковий момент часу записується у вигляді добутку функцій з відокремленими змінними, температурне поле може бути зображене у вигляді добутку функцій, які є розв'язками одновимірних задач теплопровідності.