

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗКИ В ВЫПУКЛО – ВОГНУТОМ КОНТАКТЕ СОПРЯЖЁННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Александров И.В., Волошин А.И., Колесник В.Ф., Стрельников В.Н.
(АО «НКМЗ», г. Краматорск, Украина)

The problem of convex – concave contact of skew fields close on magnitude of the opposite curvature in transmissions with intermediate rollers is solved. Obtained data allow to update account of stressed state of meshing elements, to increase field reliability and load-carrying capacity of reducers in machine building industry.

Введение. Наибольшее распространение получили зубчатые передачи, их основные свойства в значительной мере определяют эффективность работы, вес, габариты и долговечность машин. Развитие машиностроения требует существенного повышения несущей способности и плавности работы зубчатых передач. Поэтому наряду с совершенствованием существующих видов передач, проводится широкий спектр работ по изысканию новых разновидностей передач зацеплением с более высокими конкурентными свойствами (рис. 1, 2).

Задача распределения усилий в зоне контакта упругих поверхностей с плоским или профильным штампом хорошо изучена и детально разработана такими учёными, как Мухелишвили Н.И. [1], Тимошенко С.П. [2], Лурье А.И. [3] и др. Она решается в общем виде интегрированием уравнения равновесия по границе контактирующих тел, в результате чего определяется распределение усилий в зоне контакта. Это решение пригодно для контактирующих поверхностей с различной по величине или противоположной по знаку кривизной.

Целью исследования является решение контактной задачи тел близкой по величине разноимённой кривизны, применительно к условиям зацепления передач с промежуточными телами качения.

Содержание работы. Одной из основных задач зацепления высших кинематических пар является установление оптимальных условий контакта сопряжённых звеньев. В передачах с промежуточными телами качения эта задача решается подбором близких по величине радиусов роликов и вогнутых цилиндрических поверхностей зубьев.

Комплексные потенциалы Мухелишвили при нагрузке полуплоскости или упругого диска выражаются формулами:

$$\Phi(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_a^b \frac{N(x) + iT(x)}{x - z} dx, \quad (1)$$

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{t_1}^{t_n} \frac{N(t) + iT(t)}{x - z} dt + B_0. \quad (2)$$

В уравнении (1) параметры a, b определяют линию контакта между точками A и B (рис. 3), а в уравнении (2) комплексные переменные $t_1, \dots, t_n$ определяют дугу контакта между точками A и B (рис. 4). Постоянная B_0 представляет величину $\Phi(z)$ в бесконечности и не зависит от переменной z . Функции $N(t)$ и $T(t)$ означают соответственно нормальные и касательные напряжения на линии контакта.

Введём комплексную переменную $W = X + iY$

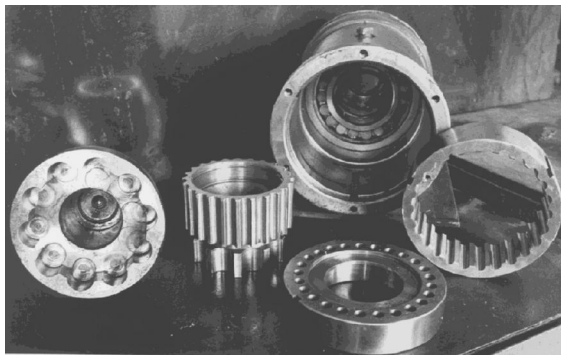


Рис. 1. Опытный редуктор ПК-165 с промежуточными телами качения в разборе

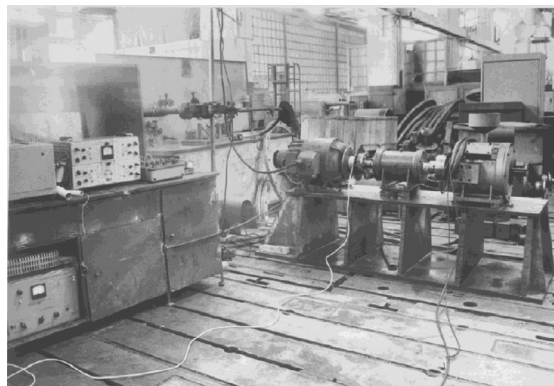


Рис. 2. Редуктор ПК – 165 на испытательном стенде с разомкнутым силовым контуром, в качестве нагружающего устройства используется порошковый тормоз

$$W = \lambda [z + C\Phi'(z)], \quad (3)$$

где $z = x + iy$ - комплексная переменная срединной плоскости; λ , C - постоянные; $\Phi(z)$ – комплексно сопряжённый потенциал Мусхелишвили.

Напряжения действующие на упругий диск распределены по дуге, границы которой определены точками t_1 , t_n . Функцию

$$F(t) = N(t) + iT(t) \quad (4)$$

можно аппроксимировать полиномом

$$F(t) = a + b(t - t_1) + c(t - t_1)^2 + \sum_{i=1}^j d_i (t - t_i)^3. \quad (5)$$

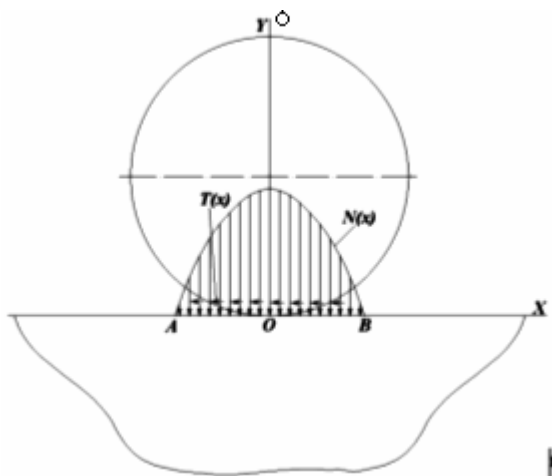


Рис. 3. Характер взаимодействия ролика с упругой полуплоскостью

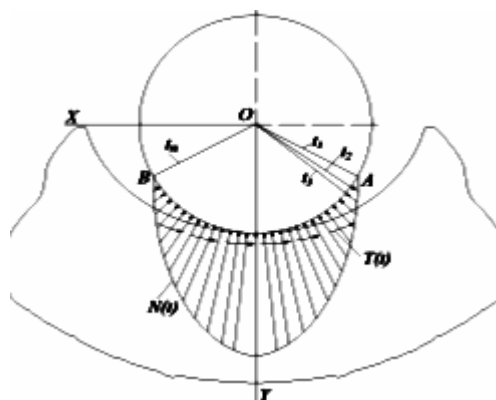


Рис. 4. Характер силового взаимодействия ролика с упругим цилиндрическим основанием

Для $t_i \leq t \leq t_{i+1}$, полином (5) непрерывен и дважды непрерывно дифференцируем на дуге $t_1, \dots, t_n$. Здесь коэффициенты $a, b, c, d, \dots, d_{n-1}$, а также параметры $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}$, соответствующие дискретным точкам дуги диска, лежащей между точками t_1 и t_n , являются комплексными. Из условий (2) и (5) составляем равенство

$$2\pi i \Phi(z) = a \int_{t_1}^{t_n} \frac{1}{t-z} dt + b \int_{t_1}^{t_n} \frac{t-t_1}{t-z} dt + c \int_{t_1}^{t_n} \frac{(t-t_1)^2}{t-z} dt + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{t_1}^{t_n} \frac{(t-t_1)^3}{t-z} dt. \quad (6)$$

Вводятся обозначения

$$\left. \begin{aligned} H_a(r_1, r_2, z) &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{t-z} dt, \\ H_b(r_1, r_2, z) &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{t-r}{t-z} dt, \\ H_c(r_1, r_2, z) &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{(t-r)^2}{t-z} dt, \\ H_d(r_1, r_2, z) &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{(t-r)^3}{t-z} dt. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

и подставляются в выражения (6)

$$2\pi i \Phi(z) = aH_a(t_1, t_n, z) + bH_b(t_1, t_n, z) + cH_c(t_1, t_n, z) + \sum_{i=1}^{n-1} d_i H_d(t_1, t_n, z). \quad (8)$$

Продифференцируем соотношение (2)

$$\Phi'(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{t_1}^{t_n} \frac{N(t) + iT(t)}{(t-z)^2} dt. \quad (9)$$

Из уравнений (3) и (9) составляется интегральное уравнение

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{t_1}^{t_n} \frac{N(t) + iT(t)}{(t-z)^2} dt = \frac{W - \lambda z}{\lambda c}, \quad (10)$$

решение которого позволяет определить нормальные и касательные напряжения в зоне упругих тел.

Продифференцируем равенство (8) с учётом соотношения (10), получим

$$aH'_a(t_1, t_n, z) + bH'_b(t_1, t_n, z) + cH'_c(t_1, t_n, z) + \sum_{i=1}^{n-1} d_i H'_d(t_1, t_n, z) = \frac{1}{2\pi i} \frac{W - \lambda z}{\lambda z}. \quad (11)$$

Вводятся обозначения:

$$\frac{W - \lambda z}{\lambda c} = P_1 + iP_2; \quad a, b, c = \alpha, \quad \alpha = \alpha_1 + i\alpha_2; \quad d_i = d_{i,1} + id_{i,2}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1.$$

С учётом принятых обозначений, запишем уравнения (11) в следующем виде

$$\left. \begin{aligned} & a_1 R_e [H'_a(t_1, t_n, z)] - a_2 I_m [H'_a(t_1, t_n, z)] + b_1 R_e [H'_b(t_1, t_n, z)] - \\ & - b_2 I_m [H'_b(t_1, t_n, z)] + c_1 R_e [H'_c(t_1, t_n, z)] - c_2 I_m [H'_c(t_1, t_n, z)] + \\ & + d_{n-1,1} R_e H'_d(t_{n-1}, t_n, z) - d_{n-1,2} I_m [H'_d(t_{n-1}, t_n, z)] = \frac{P_2}{2\pi}, \\ & a_1 I_m [H'_a(t_1, t_n, z)] + a_2 R_e [H'_a(t_1, t_n, z)] + b_1 I_m [H'_b(t_1, t_n, z)] + \\ & + b_2 R_e [H'_b(t_1, t_n, z)] + c_1 I_m [H'_c(t_1, t_n, z)] + c_2 R_e [H'_c(t_1, t_n, z)] + \\ & + d_{n-1,1} I_m H'_d(t_{n-1}, t_n, z) + d_{n-1,2} R_e [H'_d(t_{n-1}, t_n, z)] = -\frac{P_1}{2\pi}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где R_e и I_m соответственно действительная и мнимая части комплексной величины.

Для определения $2n+2$ неизвестных коэффициентов $a_1, a_2, b_1, b_2, \dots, d_{n-1,1}, d_{n-1,2}$ необходимо составить $2n+2$ линейных алгебраических уравнений с $2n+2$ неизвестными.

Решение этой системы уравнений позволяет вычислить коэффициенты $a_1, a_2, b_1, b_2, \dots, d_{n-1,1}, d_{n-1,2}$ и по этим параметрам найти неизвестную функцию напряжений $F(t)$. Для построения системы $2n+2$ линейных алгебраических уравнений на практике пользуются экспериментальными данными.

Выводы. Решена задача выпукло – вогнутого контакта тел близкой по величине разноимённой кривизны, имеющего место в передачах с промежуточными телами качения. Полученные результаты позволяют уточнить расчёт напряжённого состояния элементов зацепления, повысить эксплуатационную надёжность и нагрузочную способность редукторов в тяжёлом машиностроении.

Список литературы: 1. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 365 с. 2. Тимошенко С.П., Гудьер Д. Теория упругости. – М.: Наука, 1979. – 560 с. 3. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 940 с.

Сдано в редакцию 11.04.05

Рекомендовано д.т.н., проф. Михайлов А.Н.